

14 Calcul numeric

Problema 14.1. Considerăm ecuația lui Kepler,

$$f(x) = 0, \quad f(x) = x - \varepsilon \sin x - \eta, \quad 0 < |\varepsilon| < 1, \quad \eta \in \mathbb{R},$$

unde ε, η sunt parametrii.

- (a) Arătați că, pentru orice ε, η există exact o rădăcină reală $\alpha = \alpha(\varepsilon, \eta)$ și că

$$\eta - |\varepsilon| \leq \alpha(\varepsilon, \eta) \leq \eta + \varepsilon.$$

- (b) Scriind ecuația sub forma unei probleme de punct fix

$$x = \varphi(x), \quad \varphi(x) = \varepsilon \sin x + \eta$$

arătați că metoda aproximațiilor succesive $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ converge pentru orice valoare de pornire arbitrară x_0 .

- (c) Fie m un întreg astfel încât $m\pi < \eta < (m+1)\pi$. Arătați că metoda lui Newton cu valoarea de pornire

$$x_0 = \begin{cases} (m+1)\pi, & \text{dacă } (-1)^m \varepsilon > 0; \\ m\pi, & \text{altfel.} \end{cases}$$

converge (monoton) către $\alpha(\varepsilon, \eta)$.

- (d) Estimați constanta de eroare asimptotică c a metodei lui Newton.

Problema 14.2. Scrieți o funcție MATLAB ce calculează coeficienții unui spline cubic periodic de clasă $C^2[a, b]$. Aceasta înseamnă că datele de intrare verifică $f_n = f_1$ și interpolantul trebuie să fie periodic, de perioadă $x_n - x_1$. Realizarea condițiilor la capete este mai simplu de impus dacă adăugăm două puncte suplimentare $x_0 = x_1 - \Delta x_{n-1}$ și $x_{n+1} = x_n + \Delta x_1$, unde spline-ul are valorile $f_0 = f_{n-1}$ și respectiv $f_{n+1} = f_2$.

YOU ARE USING UNLICENSED SOFTWARE !

RoPS

Copyright © 1992-2003 Roger Willcocks, All Rights Reserved

You should license RoPS now ! For licensing instructions visit <http://www.rops.org>

pdfMachine

A pdf writer that produces quality PDF files with ease!

Produce quality PDF files in seconds and preserve the integrity of your original documents. Compatible across nearly all Windows platforms, if you can print from a windows application you can use pdfMachine.

Get yours now!